Національний технічний університет України

«Київський Політехнічний Інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет інформатики і обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №2

з дисципліни «Комп’ютерна логіка»

Тема: «Мінімізація перемикальних функцій»

Підготував: студент групи ІО-61

Лисенко Дмитро Вадимович

Перевірив:

Верба Олександр Андрійович

Київ 2016

**Короткі теоретичні відомості**

Функції *f* і *ϕ* називаються *еквівалентними*, якщо вони приймають однакові значення на всіх наборах аргументів.

Проблема мінімізації зводиться до відшукання форми представлення функції з мінімальною ціною. Мінімізація дозволяє спростити схеми, що реалізують перемикальні функції.

Метод мінімізації Квайна

Вихідною формою представлення функції для мінімізації по методу Квайна є доcконала диз'юнктивна нормальна форма (ДДНФ).

Метод базується на використанні співвідношення неповного склеювання



і співвідношення поглинання

*BА*∨*А*=*А*,

де *A* і *B* – довільні кон’юнктивні терми, *x* – перемінна.

Етапи мінімізації:

1) запис функції у вихідній формі – ДДНФ;

2) застосування співвідношення склеювання послідовно до конституент одиниці, потім до імплікант *n*-1 рангу, *n*-2 рангу і так далі, поки можливе формування нових імплікант;

3) виконання всіх можливих поглинань, в результаті чого визначаються всі прості імпліканти;

4) побудова таблиці покриття (імплікантної матриці) і знаходження тупікових ДНФ (ТДНФ);

5) вибір мінімальної ДНФ (МДНФ) з числа ТДНФ.

Метод мінімізації Квайна - Мак-Класки

Метод Квайна-Мак-Класки є модифікацією методу Квайна. Він ґрунтується на співвідношеннях неповного склеювання і поглинання, як і метод Квайна. Особливістю методу є використання цифрової форми запису перемикальних функцій. В цьому випадку зменшується число символів для представлення термів і число операцій в процесі мінімізації, що робить метод зручним при програмній реалізації.

### Етапи мінімізації

1. Для функції виписують комплекс 0-кубів (К0). Набори упорядковуються по кількості одиниць. Одержують групи без одиниць, з однією одиницею, із двома і т.д. В цьому випадку склеювання можливе тільки між сусідніми групами кубів.

2. Шляхом склеювання формують 1-куби, 2-куби і т.д., поки можливе склеювання. Кожен куб упорядковується аналогічно 0-кубу. При цьому в одну групу повинні входити куби, що мають не тільки однакове число одиниць, але й залежать від тих самих змінних.

3 Шляхом поглинання формується покриття Z, що відповідає скороченій ДНФ.

4 Будується матриця покрить, з якої визначають усі ТДНФ.

5 Серед ТДНФ відшукується МДНФ.

Метод невизначених коефіцієнтів

Будь-яку функцію можна представити у вигляді диз'юнкції всіх конституент і всіх можливих імплікант, помножених на відповідний коефіцієнт, що може приймати значення 0 чи 1. (Метод може бути використаний у будь-якій алгебрі перемикальних функцій. Перетерплюють зміни тільки вихідні канонічні форми запису функцій і системи рівнянь для перебування коефіцієнтів).

Етапи мінімізації

1. Складання таблиці коефіцієнтів.

2. Викреслювання нульових коефіцієнтів.

3. Виділення простих імплікант.

4. Знаходження покриття, що відповідають ТДНФ.

5. Вибір МДНФ.

Графічний метод мінімізації функцій

Існують два різновиди таблиць, що забезпечують одержання МДНФ, минаючи етапи формування скороченої і тупікової ДНФ.



Етапи мінімізації

1. Заповнення діаграми Вейча чи карти Карно. Значення функцій записують в клітинки, що відповідають номерам наборів.

2. Об'єднання одиниць в прямокутники з максимально можливою кількістю клітинок. Число клітинок повинне дорівнювати 2*k*, наприклад 1,2,4,8, 16… При цьому кожна одиниця повинна входити як мінімум в один прямокутник.

3. Визначення МДНФ. Сукупності простих імплікант, що входять у МДНФ, відповідає мінімальна множина прямокутників, що покривають всі одиниці.

**Отримані формули, таблиці, малюнки**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Таблиця істинності* | | | | | | | |
| *x4* | *x3* | *x2* | *x1* | *f1* | *f2* | *f3* | *f4* | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | |

Метод мінімізації Квайна

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Таблиця покриття функції* | | | | | |
|  | Конституенти | | | | | | | | | |
| Імпліканти |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |
|  |  |  |  | ∨ | ∨ | | ∨ | ∨ |  |  |
|  |  |  |  |  |  | | ∨ |  |  | ∨ |
|  |  |  |  |  | ∨ | |  |  | ∨ |  |
|  |  |  | ∨ |  |  | |  |  | ∨ |  |
|  |  | ∨ |  |  |  | |  | ∨ |  |  |
|  | ∨ |  |  | ∨ |  | |  |  |  |  |

Метод мінімізації Квайна - Мак-Класки

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Таблиця покриття функції* | | | | | | | | |
|  | Конституенти | | | | | | | | |
| Імпліканти | 0000 | 0100 | 0110 | 1001 | 1010 | 1100 | 1011 | 1110 | 1111 |
| 1X1X |  |  |  |  | ∨ |  | ∨ | ∨ | ∨ |
| X1X0 |  | ∨ | ∨ |  |  | ∨ |  | ∨ |  |
| 10X1 |  |  |  | ∨ |  |  | ∨ |  |  |
| 0X00 | ∨ | ∨ |  |  |  |  |  |  |  |

Метод невизначених коефіцієнтів

*Таблиця коефіцієнтів*

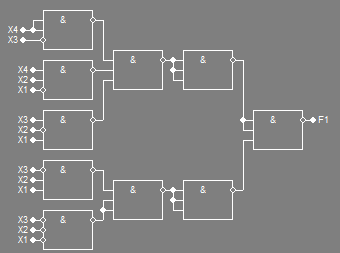
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x4 | x3 | x2 | x1 | Коефіцієнти | | | | | | | | | | | | | | | y |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |

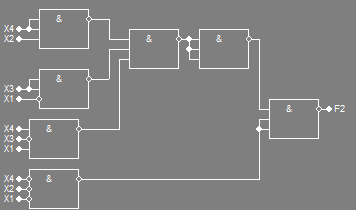
Графічний метод мінімізації функцій

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x3 | |  |  |  |
| x4 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| 0 | 1 | 0 | 1 | x2 |
|  | 0 | 1 | 0 | 1 |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 |  |
|  |  | x1 | |  |  |

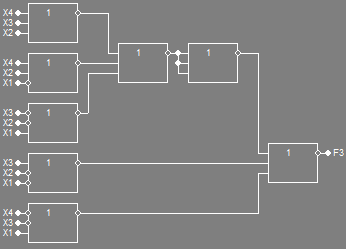
Операторні форми та схеми

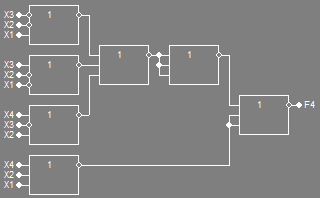
3І-НЕ

 К = 30

** К = 21

3АБО-НЕ

** К = 24

** К = 21

**Висновок:** Я навчився мінімізувати перемикальні функції чотирма методами: Квайна, Квайна - Мак-Класки, невизначених коефіцієнтів та графічний. Для мінімізації невеликої функції краще використовувати графічний метод, оскільки за цим методом мінімізація виконується швидше. Але для великих функцій краще обрати метод Квайна або Квайна - Мак-Класки. Для комп’ютерної програми краще метод Квайна - Мак-Класки.

**Контрольні питання**

1. *Перемикальна функція* – функція значення і аргументи якої приймають значення 0 або 1.

*Конституента* – елементарна кон’юнкція в яку входить кожна змінна.

Перемикальна функція *G* називається *імплікантою* функції *F*, якщо функція *G* приймає значення одиниці тільки з числа тих наборів, на яких приймає значення одиниці функція *F*.

Імпліканта, ніяка частина якої не є імплікантою, називається *простою імплікантою*.

2.  *Доконана* *ДНФ* – це диз’юнкція конституент одиниці, що відповідають наборам, на яких функція приймає одиничні значення.

*Скорочена ДНФ* – диз’юнкція простих імплікант.

*Тупікова ДНФ* – СДНФ без надлишкових імплікант.

*Мінімальна ДНФ* – ТДНФ з мінімальною ціною.

3. *Функціонально повною системою булевих функцій* (ФПСБФ) називається сукупність таких булевих функцій , що довільна булева функція може бути записана у вигляді формули через функції цієї сукупності.

4. *Проблема мінімізації* зводиться до відшукання форми представлення функції з мінімальною ціною. Мінімізація дозволяє спростити схеми, що реалізують перемикальні функції.

5. *Метод Квайна*:

1) Виписати набори, де функція приймає значення 1.

2) Виконати склеювання.

3) Виконати поглинання.

4) Побудувати таблицю покриття, знайти ТДНФ і МДНФ.

*Метод Квайна-Мак-Класкі*

1) Виписати набори, де функція приймає значення 1 у числовому еквіваленті та згрупувати за кількістю одиниць.

2) Виконати склеювання у сусідніх групах. На місце змінних, що зникли ставимо «х».

3) Виконати поглинання.

4) Побудувати таблицю покриття, знайти ТДНФ і МДНФ.

*Метод невизначених коефіцієнтів*

1) Виписати таблицю.

2) Викреслити рядки, де функція приймає значення 0.

3) Викреслити елементи, що були викреслені у кроці 2 в інших рядках.

4) Виконати поглинання.

5) Знайти ТДНФ і МДНФ.

*Графічний метод*

1)Намалювати таблицю, проставити терми та значення функції.

2) Об'єднати всі одиниці, у найбільші можливі групи.

3) Виписати МДНФ.

6. Для *побудови операторної форми представлення функції* треба спочатку записати функцію у потрібному базисі. Об'єднати елементи за допомогою дужок у тому порядку, як і на майбутній схемі. Вказати за допомогою ліній зверху інверсії.

7. Метод Квайна має один істотний недолік, який пов'язаний з необхідністю повного попарного порівняння членів ДДНФ (ДКНФ). При цьому з ростом числа членів зростає і кількість порівнянь у факторіальній залежності.

Далі Мак-Класкі модернізував метод Квайна. Однак метод Квайна-Мак-Класкі теж має обмеження області застосування через експоненціальне зростання часу зі збільшенням кількості змінних.

Метод невизначених коефіцієнтів мінімізацію зручно виконувати за допомогою спеціальної таблиці, що після знаходження простих імплікант розглядається як таблиця покриття. За допомогою таблиці знаходять ТДНФ, а потім визначають МДНФ.

Діаграми Вейче доцільно використовувати при малій кількості аргументів та коли є необхідність мінімізувати функцію без допомоги комп’ютера.